

# Tema 2: Polinomios.

---

En este tema trabajaremos el álgebra y estudiaremos las *expresiones algebraicas* que son combinaciones de letras y números junto a los signos de las distintas operaciones que conocemos. Las letras son valores desconocidos que denominaremos por el nombre de *incógnitas*. Veremos las principales identidades notables y finalizaremos el tema con la factorización de polinomios y algunas aplicaciones de dicha factorización.

## 1.- Monomios.

Un *monomio* es la expresión algebraica más sencilla y está formado por un valor numérico al que denominamos *coeficiente*, una letra o conjunto de letras junto con su exponente y que denominamos por *parte literal* y finalmente está el *grado* del monomio que es la suma de todos los exponentes de las letras o variables. Ejemplo de monomio por ejemplo es  $2xy^2$ , en este caso el coeficiente es 2, la parte literal  $xy$  y el grado 3. Diremos que dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal, por ejemplo  $2xy^2$  y  $5xy^2$  son semejantes.

Los monomios se pueden sumar, restar, multiplicar y dividir entre ellos. La suma de dos monomios semejantes consiste en sumar los coeficientes, en caso de que no sean semejantes dan lugar a una nueva expresión algebraica que estudiaremos a continuación y que son los polinomios. El producto de monomios es un nuevo monomio cuyo coeficiente es el producto de coeficientes y la parte literal es la misma salvo la suma de los exponentes con misma base, por ejemplo:  $(2xy) \cdot (4x^2z) = 8x^3yz$ . El cociente de monomios da lugar a un nuevo monomio cuyo coeficiente es la división de los coeficientes y cuya parte literal es la misma salvo la diferencia de exponentes con misma base.

También tenemos la potencia de un monomio, en este caso, el coeficiente queda elevado al exponente y la parte literal queda multiplicada por el exponente. Ejemplo:  $(2x^3)^2 = 4x^6$ .

## 2.- Polinomios.

Un *polinomio* no es más que un conjunto de monomios agrupados mediante sumas dando lugar a una expresión algebraica más compleja. En los polinomios puede aparecer un término sin parte literal y al que denominamos término independiente. Como los monomios tenían grados, los polinomios también lo tendrán y en este caso el *grado* del polinomio es el valor más alto del exponente al que se encuentra elevada la variable. Al igual que los monomios, dos polinomios son semejantes si tienen la misma parte literal. Ejemplo de polinomio:  $P(x) = 4x^6 + x^2$ . Definimos el valor numérico de un polinomio como el valor que se obtiene al sustituir la variable del polinomio por el valor que nos piden. En el ejemplo anterior  $P(1) = 4 \cdot 1^6 + 1^2 = 5$ .

Vamos a ver ahora las distintas operaciones que se pueden llevar con los polinomios.

### 3.- Suma y diferencia de polinomios.

Sumar dos polinomios no es más que sumar los coeficientes de los términos del mismo grado, es decir, si tenemos  $P(x) = 4x^6 + x^2$  y  $Q(x) = 2x^6 + 3x^2 + x + 1$ , entonces  $P(x) + Q(x) = (4x^6 + x^2) + (2x^6 + 3x^2 + x + 1) = 8x^6 + 5x^2 + x + 1$ .

La diferencia de polinomios es similar salvo que el signo negativo delante del paréntesis cambia por completo los signos del polinomio.

### 4.- Producto de polinomios.

Podríamos distinguir en este apartado tres tipos de productos:

- **Producto de un escalar por un polinomio:** Cuyo resultado es un polinomio en el que los coeficientes de cada término están multiplicados por dicho escalar. Ejemplo:  $3 \cdot (2x^2 + 1) = 6x^2 + 3$ .
- **Producto de un monomio por un polinomio:** Multiplicamos el monomio por cada término del polinomio de modo que cada término del nuevo polinomio es el producto de coeficientes y la parte literal es el producto de variables elevado a la suma de exponentes. Ejemplo:  $3x \cdot (2x^2 + 1) = 6x^3 + 3x$ .
- **Producto de dos polinomios:** Es el caso más complicado, pero no es tan difícil como pueda parecer. Multiplicamos cada término del primer polinomio por todos los del segundo polinomio como si fuese un producto del caso anterior y finalmente sumamos agrupando cada monomio del mismo grado. Ejemplo:  $(3x - x) \cdot (2x^2 + 1) = 6x^3 + 3x - 2x^3 - x = 4x^3 + 2x$ .

### 5.- Cociente de polinomios. División convencional.

Llegamos a un apartado delicado, en el cual, los alumnos suelen tener dificultades para asimilar y comprender, ya que es un proceso un tanto largo y distraído que requiere mucha concentración, ya que un error de cálculo en cualquier lugar propaga el error hasta el final del proceso, por lo tanto, vamos a explicarlo mediante un ejemplo y con mucho detalle y esmero.

Principalmente debemos de fijarnos si los polinomios se pueden dividir, al igual que en las divisiones de toda la vida, nos fijábamos si el numerito del dividendo era mayor que el del divisor, por lo tanto en este caso aremos lo mismo salvo que lo haremos fijándonos en si el polinomio del dividendo tiene mayor grado que el del divisor. Tomamos como ejemplo los polinomios  $P(x) = 4x^6 + x^2$  y  $Q(x) = 2x^5 + 3x^2$ , en este caso vemos que se pueden dividir.

Posteriormente, como solemos hacer desde pequeños, colocamos el polinomio divisor en una "cajita" a la derecha. Si el polinomio dividendo no está completo, es decir, no tiene término de todos los grados, dejamos un hueco en su correspondiente lugar es decir en este caso nos quedaría:

$$4x^6 \quad + x^2 \quad \left| \begin{array}{l} 2x^5 + 3x^2 \\ \hline \end{array} \right.$$

Dividimos ahora el primer monomio del dividendo entre el primero del divisor, y tenemos pues una división de potencias que ya habíamos estudiado en el tema anterior, por lo tanto nos queda  $\frac{4x^6}{2x^5} = 2x$ , luego este es el primer valor del cociente. De este modo multiplicamos cada término del divisor por el valor del cociente y lo colocamos debajo de su hueco correspondientes pero con el signo cambiado, es decir,  $2x^5 \cdot 2x = 4x^6$ , lo colocamos debajo de su hueco pero con signo cambiado quedando de este modo:

$$\begin{array}{r} 4x^6 \quad + x^2 \quad \left| \begin{array}{l} 2x^5 + 3x^2 \\ \hline \end{array} \right. \\ -4x^6 \quad \quad \quad 2x \end{array}$$

Ahora multiplicamos cada término del divisor por el cociente y hacemos lo mismo, y posteriormente sumamos cada término con su correspondiente como una división normal de las de toda la vida, luego nuestra primera etapa nos queda:

$$\begin{array}{r} 4x^6 \quad + x^2 \quad \left| \begin{array}{l} 2x^5 + 3x^2 \\ \hline \end{array} \right. \\ -4x^6 \quad -6x^3 \quad \quad 2x \\ \Downarrow \\ 4x^6 \quad + x^2 \quad \left| \begin{array}{l} 2x^5 + 3x^2 \\ \hline \end{array} \right. \\ \boxed{-6x^3 + x^2} \quad \quad 2x \end{array}$$

Nos quedamos ahora con el polinomio del recuadro y realizamos el mismo procedimiento que hemos estado haciendo hasta que el polinomio (ó monomio) que nos quede en el dividendo sea de menor grado que el del divisor, que es exactamente lo que hemos obtenido en este caso.

Aquí finalizaría nuestra división, pero para ampliar un poco más nuestros conocimientos, podríamos expresar el polinomio del dividendo mediante la suma y productos de los polinomios resultantes, es decir, al igual que cuando hacíamos de pequeños 6 entre 5, nos quedaba de cociente 1 y resto 1, y sabíamos que podíamos expresar el valor 6 como  $6 = 5 \cdot 1 + 1$ , es decir **Dividendo = Divisor · Cociente + Resto**, en los polinomios ocurre exactamente lo mismo, de este modo, escribimos  $P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$ .

En el ejemplo pues nos quedaría expresado de la siguiente forma:

$$4x^6 + x^2 = (2x^5 + 3x^2) \cdot 2x + (-6x^3 + x^2).$$

- Dados los polinomios  $P(x) = x^4 - 2$ ,  $Q(x) = 2x^5 - 3x$  y  $T(x) = x^2 - x + 2$ . Realizar las siguientes operaciones y decir el grado del polinomio resultante:
  - $P(x) + Q(x)$ .
  - $P(x) - T(x)$ .
  - $3 \cdot T(x) + Q(x)$ .
  - $2 \cdot P(x) \cdot Q(x) - T(x)$ .
  - $P(x) \cdot Q(x) \cdot T(x)$ .
- Realizar la división convencional de los polinomios anteriores, en el caso de que se pueda y razonar si se puede o no. En el caso de que se pueda, expresarlo de la forma  $P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$ .

Vamos a estudiar ahora una regla y un teorema muy importante, que nos servirá para muchas cosas, entre ellas el objetivo importante del tema que es la factorización de polinomios y por supuesto, para facilitarnos el cálculo, en numerosos casos, del cociente de polinomios. Estos son los siguientes.

### 6.- Regla de Ruffini. Teorema del Resto.

Cuando tenemos un polinomio de primer grado de la forma  $x - a$ , donde  $a$  es un valor real cualquiera, nos resulta más fácil realizar la división de cualquier otro polinomio y el polinomio dado de esta forma, mediante la conocida **Regla de Ruffini**. Este método es útil y sencillo. De nuevo lo explicaremos con un ejemplo y posteriormente daremos una serie de propiedades y utilidades que podemos realizar con él. Tomamos el polinomio  $x^2 - 2x + 1$  y lo dividimos por el polinomio  $x - 1$ . Como podemos observar el segundo polinomio es de la forma que buscamos y además podríamos realizar la división de forma convencional como hemos explicado en la sección anterior, pero podemos aplicar la Regla de Ruffini y el procedimiento es el siguiente:

Colocamos cada coeficiente del polinomio principal en una cajita de la forma que vamos a presentar ahora, y ponemos un cero en lugar de aquellos términos del polinomio que no aparezcan. En la izquierda de la cajita colocamos el valor  $a$  del segundo polinomio:

$$\begin{array}{r|rrr} & & 1 & -2 & 1 \\ 1 & & & & \end{array}$$

Posteriormente bajamos el primer término y lo multiplicamos por aquel de la izquierda y el resultado lo ponemos debajo del segundo término. Sumamos estos dos últimos y lo bajamos

como nuevo término a multiplicar y continuamos este procedimiento hasta no poder continuar, esto es:

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -2 & 1 \\ 1 & & 1 & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

Una vez llegado aquí, vemos si podemos continuar y volvemos a realizar el mismo procedimiento desde el principio pero ahora, los coeficientes del nuevo polinomio son los que nos han quedado debajo. En este caso podemos continuar:

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -2 & 1 \\ 1 & & 1 & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 0 \\ 1 & & 1 & \\ \hline & 1 & 0 & \end{array}$$

Llegados a este punto no podemos continuar, por lo que podríamos decir que hemos terminado la división, en este caso, el último valor que hemos señalado en rojo es el resto de la división, en este caso podríamos decir que es exacta ya que el resto es cero. A la izquierda del resto nos quedan coeficientes correspondientes a un polinomio que será el cociente y que tendrá de grado uno menos al número de coeficientes que aparecen, en este caso aparece un solo coeficiente luego el polinomio está formado por un solo término independiente.

Hemos resuelto un caso muy particular de polinomio por Ruffini, ya que en este caso hemos obtenido **raíces** de un polinomio. Denominamos raíz de un polinomio al valor o valores que obtenemos de resolver la ecuación  $P(x) = 0$ , es decir, de igualar el polinomio a cero y despejar. En este caso, las raíces del polinomio son casualmente los valores sueltos de la izquierda de la cajita, es decir en este caso  $(x - 1) \cdot (x - 1) = (x - 1)^2$ .

Podemos calcular el resto de la división de una forma más concreta, obteniendo el valor numérico del polinomio en el valor que se obtiene de hacer  $x - a = 0$ . A este resultado se le conoce como **Teorema del Resto**, ya que el valor numérico coincide con el resto de la división  $P(x): (x - a)$ .

Finalmente podemos expresar la división como  $P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$ , pero en este caso  $Q(x)$  sería producto de polinomios de la forma  $x - a$ , donde  $a$  es el valor que aparece independiente en la izquierda de la cajita es decir, en el ejemplo podríamos expresarlo de la siguiente forma:

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1) \cdot (x - 1) \cdot 1 + 0$$

## 7.- Teorema del Factor y ceros de polinomios.

El **Teorema del Factor**, nos dice que un polinomio es divisible por un polinomio de la forma  $x - a$  si y solo si se verifica que  $P(x = a) = 0$ . En este caso, y como hemos explicado anteriormente, el valor  $x = a$  se le denomina cero o raíz del polinomio. Un polinomio puede tener a lo sumo tantas raíces como grado. Como hemos visto en la sección anterior, un polinomio se puede descomponer como producto de polinomios de la forma  $x - a$  donde  $a$  es el valor de cada raíz.

Definimos el **factor común** como el valor y variable o variables que se repiten en un polinomio, de modo que podemos "sacarlo" fuera mediante un producto, es decir si tenemos el polinomio  $4x^2 + 2x$  vemos que 4 se puede poner como  $2^2$ , por lo tanto vemos que se repite la variable  $x$  y el valor 2, luego podemos expresar el polinomio como  $2x \cdot (2x + 1)$ .

Este método también nos es muy útil para el cálculo de raíces de polinomios. Al igual que los números, los polinomios se pueden descomponer. Mediante la descomposición podemos hallar las raíces del polinomio. Para ello, descomponemos el valor independiente del polinomio y obtenemos los valores numéricos de estos valores de la descomposición, de modo que aquellos que verifiquen los Teoremas del Resto y del Factor son las raíces. También podríamos aplicar Ruffini a los valores obtenidos de descomponer el término independiente para saber cuales de ellos es raíz, pero sería un poco más distraído.

Decimos que un polinomio es irreducible o primo si no se puede descomponer.

## 8.- Identidades Notables.

Dedicamos un pequeño apartado a explicar unas propiedades que nos serán muy útiles de aquí en adelante y que por supuesto, como la mayoría de las cosas, no deberíamos de olvidar nunca. Estas son las **identidades notables** y, aunque solo daremos dos, existen otras muchas que no vamos a dar, ya que no nos harán tanta falta. Estas son las siguientes:

Identidades Notables
<b>Binomio del cuadrado con suma:</b>
$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
<b>Binomio del cuadrado con diferencia:</b>
$(a + b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
<b>Suma por diferencia:</b>
$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

- Aplica la Regla de Ruffini para efectuar las siguientes divisiones y exprésalas de la forma  $P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$ :
  - $(5x^4 + 6x^2 - 11x + 13) : (x - 2)$ .
  - $(6x^5 - 3x^4 + 2x) : (x + 1)$ .
  - $(3x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 13) : (x - 4)$ .
- El polinomio  $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x - 12$  es divisible por un polinomio de la forma  $x - a$ , para dos valores de  $a$ . Localízalos y da el cociente en ambos casos.
- Comprueba que el polinomio  $x^4 + x^3 + 7x^2 + 2x + 10$  no es divisible por uno de la forma  $x - a$ , para ningún valor entero de  $a$ .
- Aplica la Ruffini para hallar  $P(a)$  en los polinomios de los ejercicios 2 y 3, con  $a = 1$ ,  $a = 2$ ,  $a = -1$ .
- Extrae factor común de las siguientes expresiones:
  - $-16x^9y - 12yzx - 4yx^2$ .
  - $35x^5 - 42x^3zu + 14yx^2$
- Desarrolla las siguientes expresiones indicando la identidad notable que estés utilizando y el grado del polinomio que aparece:
  - $(3 - x)^2$
  - $(3 - x) \cdot (3 + x)$
  - $2 \cdot (5 + x)^2$
  - $(4 - x)^2 \cdot (3 - x^2)$
  - $(\sqrt{3} - x^2) \cdot (7x^2 - 1)^2$
- Expresa en forma de identidades notables:
  - $x^4 - y^4$
  - $4x^2 + 12x + 9$
  - $9x^2 - 24x + 16$

Una vez llegado a este punto, estamos en condiciones de dar el paso a uno de los principales objetivos de este tema, la factorización de polinomios.

### 9.- Factorización de polinomios.

Factorizar un polinomio no es más que descomponerlo en factores primos. El proceso de factorización consiste en aplicar lo ya estudiado anteriormente en este tema y dejar el polinomio de una forma más bonita, los pasos a seguir son los siguientes:

- Sacamos factor común, en el caso de que se pueda sacar.
- Posteriormente vemos cual es el grado del polinomio resultante de haber sacado factor común y distinguimos casos:

- I. Si el polinomio es de primer grado lo dejamos tal cual ya que no se puede factorizar más.
- II. Si el polinomio es de segundo grado, vemos si se puede poner como identidad notable y en caso contrario resolvemos la ecuación de segundo grado y lo ponemos factorizado. (Al final del tema podemos encontrar un apéndice sobre cómo resolver una ecuación de segundo grado).
- III. Si el polinomio es de tercer grado o mayor, aplicamos la regla de Ruffini para factorizar y el teorema del Resto.

Como podemos observar el proceso es fácil, sencillo y basta con aplicar lo aprendido anteriormente. Veamos un ejemplo de factorización.

- Tomamos el polinomio  $18 + 12x + 2x^2$ . Sacamos factor común el valor 2 luego nos queda  $2 \cdot (9 + 6x + x^2)$ . El polinomio resultante es de segundo grado, por lo tanto resolvemos la ecuación de segundo grado o en este caso es sencillo ver que es una identidad notable de binomio del cuadrado con la suma luego nos queda  $2 \cdot (x + 3)^2$ , y ese sería el resultado final.

## 10.- Simplificación de fracciones algebraicas.

Al igual que una fracción numérica se puede simplificar y hacerse irreducible, con los polinomios ocurre lo mismo. Una fracción algebraica no es más que una fracción en la que el numerador y denominador son polinomios. Es cierto que muchas de ellas pueden ser muy extensas y para ello, nos es más cómodo simplificarlas para poder hacer más ameno el trabajo con ellas es por eso que vamos a aprender el proceso de simplificación, que no es nada complicado como vamos a poder comprobar, de nuevo, mediante un ejemplo.

Tomamos como ejemplo la fracción algebraica  $\frac{x^3 - x}{x \cdot (x - 1)}$ . Lo primero que hacemos factorizar

ambos polinomios, como podemos ver, el polinomio del denominador ya está factorizado

luego factorizamos el de arriba quedándonos la fracción como  $\frac{x \cdot (x^2 - 1)}{x \cdot (x - 1)} = \frac{x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)}{x \cdot (x - 1)}$ .

Finalmente simplificamos como solemos hacer con aquello que se repite en numerador y denominador dándonos como resultado final  $x + 1$ .

### Ejercicios.

1. Factoriza los siguientes polinomios justificando cada paso que des:
  - a)  $6 - x + 2x^4 + x^3 - 8x^2$ .
  - b)  $2x^6 + 2x^4 - 32x^2$ .

2. Simplifica la siguientes expresión algebraica justificando cada paso que des:

$$\frac{(x^5 - x^2) \cdot (x^2 - 2x + 1)}{(2x^3 - 2) \cdot (x - 1)}$$

---

Finalizamos el segundo tema apretando un poquitín más los conocimientos sobre polinomios, dedicando un ratito a estudiar la suma, diferencia, productos y cocientes de fracciones algebraicas.

### 11.- Suma, diferencia, producto y cociente de fracciones algebraicas.

Empezaremos con el producto y el cociente de éstas ya que es más sencillo que la suma y diferencia. El producto y cociente se comporta exactamente igual que las fracciones numéricas, ya que el producto se hace en paralelo y el cociente en diagonal. Una vez realizado este paso, solo tenemos que factorizar y simplificar la fracción algebraica resultante y lo tendríamos listo.

En la suma y diferencia, la cosa se complica un poquitín más, ya que al igual que en las fracciones numéricas, debemos de operar con mismo denominador y en el caso de polinomios, es algo más complejo. Veamos como sacar el máximo común divisor (M.C.D) y mínimo común múltiplo de un polinomio (m.c.m).

Al igual que cuando lo hacíamos con valores numéricos el primer paso es descomponer los polinomios, y en este caso, debemos de factorizarlos. Veámoslo con un ejemplo: Tomamos los polinomios  $P(x) = x^2 - 1$  y  $Q(x) = x^2 - x$ . La factorización de  $P(x)$  es  $(x - 1) \cdot (x + 1)$  y la de  $Q(x)$  es  $x \cdot (x - 1)$ . Por lo tanto el (m.c.m) es los polinomios comunes y no comunes con mayor exponente, en este caso el único polinomio común es  $(x - 1)$  y los no comunes es  $x$  y  $(x + 1)$  por lo tanto el (m.c.m) es  $x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$ . Por otro lado el (M.C.D) son los comunes de menor exponente, en este caso el único común es  $(x - 1)$  y además es el de menor exponente luego ya está.

Para poner el mismo denominador debemos de calcular el (m.c.m) de los polinomios del denominador de cada fracción algebraica y posteriormente realizar la suma y diferencia como si de una suma o diferencia de fracciones numéricas se tratase. Finalmente simplificamos y listo.

---

#### Ejercicios Propuestos.

1. Opera y simplifica:  $(5x^2 - 4x + 2) \cdot [(2x^3 - 3x + 2) - (2x + 1) \cdot x^2]$ .

2. Efectúa las siguientes divisiones de forma convencional y aquellas que se puedan por Ruffini, realizarlas también de las dos formas y comparar los resultados. Expresar finalmente cada una de ellas de la forma  $P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$ :
- $(45x^5 + 120x^3 + 80x) : (3x^2 + 4)$ .
  - $(10x^4 + 20x^2 + 5) : (x - 5)$ .
3. Halla el valor de "k" para que el polinomio  $x^4 - 2x^3 - kx^2 + 8x - 4$ , sea divisible por  $(x - 2)$ .
4. Sabemos que el polinomio  $2x^5 - (m + 1) \cdot x + 1$  es divisible por  $x = 1$ . Calcular el valor de "m".
5. Factoriza todo lo que puedas el polinomio  $(81x^9 - 27x^8 + 9x^7)$ .
6. Halla el (M.C.D) y (m.c.m) de los polinomios:
- $x^2 - 1$  y  $(x + 1)^2$ .
  - $x^3 - x$  y  $x^2 - 1$ .
7. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas justificando cada paso que des:
- $\frac{2x}{x^2 - x}$
  - $\frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$
  - $\frac{x^3 - 4x^2}{x^3}$
  - $\frac{(x-3)^2 \cdot x \cdot (x+3)}{(x-3) \cdot (x+2) \cdot x^7}$
  - $\frac{x^3 + 6x - 5x^2}{x^3 - 14x - x^2 + 24}$
8. Efectúa las operaciones y simplifica el resultado todo lo que puedas:
- $\frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{x-2}{x^2-1}$
  - $\frac{2x-3}{x^2-9} + \frac{x+1}{x-3} - \frac{x+2}{x+3}$
  - $\frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{3}{x+1}$
  - $\frac{2x+y}{x^2-xy} \cdot \left(\frac{3x}{2x+y} - 1\right)$
  - $\frac{x-21}{x^2-6x+9} : \frac{(x-21) \cdot (x-3)^2}{x-21}$
9. Expresa algebraicamente el área resultante entre dos cuadrados. (Se supone que uno de los cuadrados está dentro del otro). Pista: Tomar el lado de un cuadrado como  $x$  y el del otro como  $y$ .
10. ¿Cual es la fracción inversa de  $\frac{x+1}{x-1}$ ? Justifícalo.
11. En una parcela de lados  $x, y$ , se construye una casa en la esquina superior derecha que dista 30 y 50 metros respectivamente de los lados de la parcela. Expresa algebraicamente la zona no edificada.

## 12.- Apéndice.

### 12.1- Resolución de una ecuación de segundo grado.

En el próximo tema trataremos las ecuaciones y las estudiaremos, pero debemos hacer un pequeño adelanto para poder realizar los ejercicios que corresponden a este tema. Sabemos que una ecuación de 2º grado es una expresión de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ . La resolución de este tipo de ecuaciones es muy sencilla y basta diferenciar dos tipos:

- Si la ecuación es de la forma  $ax^2 + c = 0$ , las cuales denominamos *incompletas*, basta con igualar a cero y despejar de modo que nos quedaría  $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$ .
- En el caso de que la ecuación tenga la expresión tradicional, aplicamos la fórmula  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  y ya tendríamos nuestras soluciones.

Denominamos *discriminante*, a la expresión que queda dentro de la raíz, es decir,  $b^2 - 4ac$ . En el caso de que al operar con el discriminante, este es menor que cero, por lo tanto nos quedaría una raíz negativa, decimos que la ecuación no tiene solución.

#### Ejercicios.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- $x^2 - 5x + 6 = 0$ .
- $x^2 - 2x + 1 = 0$ .
- $x^2 + x + 1 = 0$ .
- $7x^2 + 21x - 28 = 0$ .
- $4x^2 - 6x + 2 = 0$ .